3　順列

異なるｎ個のものからｒ個選んで並べる

${}_{n}P_{r}$ で表す

４枚のカード　$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$　から２枚選んで並べる

１枚目の選び方は　４通り（$\boxed{1}$ か $\boxed{2}$ か $\boxed{3}$ か $\boxed{4}$ か）

２枚目の選び方は（１枚使っているので）　３通り

並べ方の総数は

４×３＝１２通り

※並ぶだけでなく「リレーの第１～第４走者」や

「委員長，副委員長，幹事」のように

順番が関係するときは「順列」を考える

例6

$${}_6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

６からスタート

３つの数字を，カウントダウンでかける

例7

異なる４個のものを全部並べる　${}_4P_4$　を　$4!$　と書く

$${}_4P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

※ $${}_8P_5 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8\,!}{3\,!} = \frac{8!}{(8-5)!}$$

なので　$${}_nP_r = \frac{n\,!}{(n-r)\,!} \quad \cdots ②$$

$0! = 1$（０個のものを全部並べる＝並べないの「１通り」）

${}_nP_0 = 1$（ｎ個のものを０個並べる＝並べないの「１通り」）

とすると②はｒ＝ｎ，ｒ＝０でも成り立つ

応用例題5

男子Ａ，Ｂ，Ｃ，女子Ｄ，Ｅ，Ｆが１列に並ぶ

（1）Ａ，Ｂが隣り合う

「Ａ，Ｂ」を一人とみなして並べて
Ａ，Ｂを入れ替える

例：Ｃ Ａ Ｂ Ｅ Ｄ Ｆ

ピンとこないときは
実際に並べてみる

（2）両端に女子

「両端」と「残り」に分けて
積の法則

例：Ｄ Ｂ Ｃ Ａ Ｆ Ｅ

解)

（１）Ａ，Ｂをまとめて１人とみなす

５人分の並び方は$5!$通り

Ａ，Ｂ２人の並び替えは２通り

よって　$5!\times 2=(5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)\cdot 2=240$通り

（２）女子が両端に並ぶのは${}_3P_2$とおり

残り４人の並び方は${}_4P_4$

よって　${}_3P_2\times {}_4P_4=(3\cdot 2)\cdot(4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)=144$

※「男子２人が隣り合う」「男女が交互に」

「男子３人が隣り合わない」…いろいろな問題が考えられる

問17

女子３人を１人分と見て $\begin{cases} 4\text{人分の並び方} \\ \text{女子}3\text{人の並び方} \end{cases}$ で考える

問18

１，２，３，４，５，を並べる。奇数は１，３，５

例えば $\boxed{1}$，２，４，５，$\boxed{3}$

$\boxed{\text{奇}}$，○，○，○，$\boxed{\text{奇}}$ と考えるので

応用例題6

「0 3 2」はダメ。

「条件」がある桁から選んいく

0， 1， 2， 3， 4， 5　から３個選んで並べる

（１）３桁の整数（２３１，４３０，…など）

百の位は「1， 2， 3， 4， 5」から１つ選ぶので５通り

残りは百の位で使わなかった「0」も含めて「5」つ

十と一の位は，この５つから２つ選んで並べるので　${}_5P_2$

よって求める個数は

$$5 \times {}_5P_2 = 5 \cdot (5 \cdot 4) = 100\text{個}$$

（２）５の倍数

１２０，３５０，…のタイプと
１２５，２３５，…のタイプ

（ｉ）一の位が「０」のとき

百の位，十の位を「１，２，３，４，５」から２つ選んで

並べて　${}_5P_2$

（ⅱ）一の位が「５」のとき

百の位は「０，５」以外を「１，２，３，４」から１つ選んで４通り

十の位は，百の位で使わなかった「０」も含めて残り４つから１つ選んで４通り　よって　４×４

（ｉ）（ⅱ）をあわせて，求める個数は

$$ {}_5P_2 + 4\times 4 = 5\cdot 4 + 16 = 36 \text{ 個} $$

問19

一の位が１，３

（１）奇数

一の位が０，２，４

（２）偶数