２　根号を含む式の計算

平方根

２乗して a になる数

正の数と負の数の２つある

$\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ で平方根

$\sqrt{a}$ について　必ず　$a>0$　で　$\sqrt{a}>0$

問11

２乗して１４４になる数の正の方

（１）（２）平方根は $\pm\sqrt{}$，（３）$\sqrt{144}=12$

$\sqrt{3^2}=3$ だが $\sqrt{(-3)^2}=-3$ ではない

必ず $\sqrt{a}>0$ だから

正しくは　$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$

例8

$\sqrt{(2-\pi)^2}=\pi-2$

$=3.14\cdots-2>0$

問12

$\sqrt{a^2-2a+1}=\sqrt{(a-1)^2}=1-a$　（>0）

根号を含む式の計算

問14

（1） $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

（2） $\sqrt{1700}=10\sqrt{17}$

（3） $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{72}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-6\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

（4） $\sqrt{20}-3\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{5}{9}}+\sqrt{50}$

$$=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{5}}{3}+5\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{5}}{3}+2\sqrt{2}$$

問15

（１） $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})=\sqrt{7}^{2}-\sqrt{3}^{2}=7-3=4$

$\sqrt{\quad}$ がない

（２） $(\sqrt{6}-\sqrt{10})^{2}=\sqrt{6}^{2}-2\sqrt{60}+\sqrt{10}^{2}=6-4\sqrt{15}+10$

$=16-4\sqrt{15}$

分母の有理化

$\sqrt{\quad}$ がない形にする

問16

（１） $\dfrac{1}{\sqrt{28}}=\dfrac{1}{2\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の近似値を求める（小数で表す）

$\dfrac{1}{1.41}$ の計算と $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \fallingdotseq \dfrac{1.41}{2}$ の計算

どちらが楽か？

問17

（１） $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6-3}$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$$

問18

$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$ より

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$$x=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2},\quad y=\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$$

（1） $x+y=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\sqrt{7}$

（2） $xy=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

（3） $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=\sqrt{7}^{\,2}-2\times\dfrac{1}{2}=7-1=6$

発展　x^3+y^3 の値

$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$ より

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

x^2+y^2 や x^3+y^3 は x と y を入れ替えても変化しない

「対称式」といい $x+y$ と xy の組み合わせで表せる

整数部分・小数部分

$\sqrt{2}=1.414\cdots$ なので，整数部分は１

小数部分は $0.414\cdots \leftarrow \sqrt{2}-1$

$(1.414\cdots-1)$

問19

$\sqrt{10}$ は３と４の間の数　だから…

例題2

$2+1.73\cdots$

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$$

整数部分は３

「整数部分」をひく

小数部分は$(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

応用例題1，例題2

分母に$\sqrt{}$があるときは…まず，有理化！

二重根号

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2+2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2=a+b+2\sqrt{ab}$$

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2=a+b-2\sqrt{ab}$$

より

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

$\sqrt{a}-\sqrt{b}>0$なので

$$\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$ ただし $a>b$

例1

（１） $\sqrt{7+2\sqrt{10}}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$

かけて１０，たして７の数を探す

（２）　$\sqrt{10-4\sqrt{6}}=\sqrt{10-2\sqrt{4\times 6}}=\cdots$

ここを「２」にするのがポイント

（３）　$\sqrt{5-\sqrt{21}}=\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}=\cdots$

かけて２１，たして１０の数を探す